

MATEMATIKA 1

- Drugi kolokvijum -

1. Odrediti realan koeficijent a polinoma $P(x) = x^3 + ax^2 - 11x + 5$, ako je poznato da je proizvod dve nule ovog polinoma -1 . Potom odrediti ostale njegove nule i faktorisati ga.
2. a) [2.5p] Odrediti rang matrice A u zavisnosti od realnog parametra a :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- b) [2.5p] Rešiti matricnu jednačinu

$$(X - 2I)^{-1} = \frac{1}{8}A,$$

gde je I jedinična matrica i $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & -2 \end{bmatrix}$.

3. U zavisnosti od realnog parametra a diskutovati sistem. Naći rešenja u slučajevima kada je sistem rešiv.

$$\begin{aligned} x + ay + z &= 1 \\ x + y + az &= 1 \\ x + a^2y + z &= a \end{aligned}$$

4. Dati su vektori $\vec{x} = (a, 1 - a, 1)$, $\vec{y} = (2a, 2a - 1, a + 2)$ i $\vec{z} = (-2a, a, -a)$.

- a) [2p] Za koje vrednosti realnog parametra a su vektori \vec{x} , \vec{y} i \vec{z} komplanarni?
- b) [1p] Za koje vrednosti realnog parametra a su vektori \vec{y} i \vec{z} ortogonalni?
- c) [2p] Za vrednost parametra $a = 1$, napisati jednačinu ravni koja prolazi kroz tačku $A(2, 0, 3)$ i ima vektor normale \vec{x} . Za istu vrednost parametra a napisati i jednačinu prave koja prolazi kroz datu tačku A i ima vektor pravca \vec{y} .